

doi: 10.12052/gdutxb.180026

传导过程元与过程元可拓集及其工程应用

王 丰, 顾佼佼, 孙 江, 林 瑜
(海军航空大学, 山东 烟台 264001)

摘要: 对过程元的它传导过程元和过程元集进行了拓展分析与研究. 运用相关分析原理, 对过程元与过程元之间的依赖和制约关系进行了分析. 当对随机过程在某时刻的过程元进行可拓变换时, 由于过程元之间的相关性, 会导致与其相关的另一时刻过程元发生传导变换, 从而得出它传导过程元和它传导过程元的传导概率函数的概念. 将过程元和可拓集合理论相结合, 给出了过程元可拓集的概念. 在此基础上, 对其在工程领域中的应用进行了分析与研究.

关键词: 随机过程; 过程元; 相关分析; 可拓变换; 过程元可拓集

中图分类号: O211 **文献标志码:** A **文章编号:** 1007-7162(2018)05-0001-04

Transmission Process Element and Process Element Extension Set and Its Engineering Application

Wang Feng, Gu Jiao-jiao, Sun Jiang, Lin Yu
(Naval Aviation University, Yantai 264001, China)

Abstract: An analysis is conducted into element's conduction process element and the process element set. The dependence and restriction relationship between process elements is analyzed by using the principle of correlation analysis. When the process element at a time is changed by extension transformation, the correlation between the process will lead to the conduction process, related to element transform another time, so that it gives concept of the conduction process and its conduction process element transmission probability function. By combining the process element and the set theory, the concept of process element extension set is given. On this basis, the application of it in the field of engineering is analyzed and studied.

Key words: random process; process element; correlation analysis; extension transformation; process element extension set

随机过程是研究随参变量变化的随机现象的数学学科,是经典概率论的深入和发展,现在已广泛应用于物理、生物以及工程科学技术等许多领域,并显示出了重要的作用^[1-3]. 为了对随机过程进行更加形式化的描述,并利用可拓学^[4-6]解决随机过程研究过程中遇到的矛盾问题,本文在文献[5]中给出了过程元、过程元的概率函数及过程元集的概念,并研究了在可拓变换下的自传导过程元和自传导过程元的概率函数,对随机过程的均值函数和方差函数的拓展性进行了初步研究. 本文将研究内容应用到通信领域及武器系统的分析研究中,为应用可拓学理论深入研究随机过程^[7-17]提供了一定的理论基础.

1 过程元与过程元之间的相关分析

文献[5]定义了过程元及过程元集的概念,用于描述随机过程及随机过程在参变量取某值时的状态. 随机过程在参变量取某值^[5]时的状态与该随机过程在参变量取另一个值时的状态存在依赖关系,其依赖关系可以利用基元的相关分析原理进行研究.

定义 1 对随机过程 $\{X(t), t \in T\}$ 在参变量为 $t_k(k = 1, 2, \dots)$ 时的过程元 $A(t_k)$ 和随机过程 $\{X(t), t \in T\}$ 在参变量为 $t_j(j = 1, 2, \dots)(j \neq k)$ 时的过程元 $A(t_j)$, 如果 $A(t_k)$ 与 $A(t_j)$ 存在一定的依赖关系, 则称 $A(t_k)$ 与 $A(t_j)$ 是相关的, 记为 $A(t_k) \sim A(t_j)$.

定义 2 对随机过程 $\{X(t), t \in T\}$ 在参变量为 $t_k(k = 1, 2, \dots)$ 时的过程元 $A(t_k)$ 和随机过程 $\{X(t),$

$t \in T\}$ 在参变量为 $t_j (j = 1, 2, \dots) (j \neq k)$ 时的过程元 $A(t_j)$, c 为某评价特征, 若存在函数 f , 使 $(c)A(t_k) = f\{(c)A(t_j)\}$, 则称 $A(t_k)$ 与 $A(t_j)$ 关于评价特征 c 相关, 记为 $A(t_k) \leadsto (c)A(t_j)$.

2 过程元在可拓变换下的它传导过程元

在实际问题中, 如果随机过程 $\{X(t), t \in T\}$ 在参变量为 $t_k (k = 1, 2, \dots)$ 时的过程元 $A(t_k)$ 与随机过程 $\{X(t), t \in T\}$ 在参变量为 $t_j (j = 1, 2, \dots) (j \neq k)$ 时的过程元 $A(t_j)$ 存在依赖关系, 即 $A(t_k) \sim A(t_j)$. 此时, 若对 $A(t_k)$, $(k = 1, 2, \dots)$ 进行可拓变换 φ_k , 由于过程元之间的相关性, 有传导变换^[8]

$$\varphi_k A(t_k) \Rightarrow A(t_j) \varphi_k A(t_j),$$

使过程元 $A(t_j)$ 发生传导变换, 即

$$A(t_k) \varphi_k A(t_j) A(t_j) = A'(t_j),$$

过程元 $A(t_j)$ 的概率函数也相应地发生传导变换变化为

$$P\{A(t_k) \varphi_k A(t_j) A(t_j)\} = P\{A'(t_j)\} = p'(t_j).$$

定义3 称 $A(t_k) \varphi_k A(t_j) A(t_j) = A'(t_j)$ 为在可拓变换 φ_k 下, 随机过程 $\{X(t), t \in T\}$ 在参变量为 $t_j (j = 1, 2, \dots) (j \neq k)$ 时的它传导过程元.

定义4 称 $P\{A(t_k) \varphi_k A(t_j) A(t_j)\} = P\{A'(t_j)\} = p'(t_j)$ 为在可拓变换 φ_k 下, 随机过程 $\{X(t), t \in T\}$ 在参变量为 $t_j (j = 1, 2, \dots) (j \neq k)$ 时的它传导过程元 $A(t_k) \varphi_k A(t_j) A(t_j) = A'(t_j)$ 的概率函数.

3 过程元集与过程元可拓集

定义5 若集合 $W = \{A(t_j) | A(t_j) \in (O_a, C, U(t_j)), U(t_j) \in V(C)\} (t_j \in T)$ 中的每一个元素均是随机过程 $\{X(t), t \in T\}$ 在参变量为任意值 t_j 时的过程元, 则称 W 为过程元集.

设 c_0 为 $A(t_j)$ 的评价特征, 量值为 $c_0[A(t_j)] = x$, $V(c_0)$ 为其量值域, $X_0 \subset V(c_0)$ 为正域, I 为实数域, 关联函数为 $K[A(t_j)] = k(x)$, 对给定的变换 $\varphi = (\varphi_W, \varphi_{A(t_j)}, \varphi_k)$, 称

$$\begin{aligned} \tilde{E}[A(t_j)](\varphi) = & \left\{ (A(t_j), Y, Y') \middle| A(t_j) \in T_W W, Y = K[A(t_j)] = k(x) \in I, \right. \\ & Y' = \varphi_K K[\varphi_{A(t_j)} A(t_j)] = \varphi_k k(x') \in I, \\ & \left. x' = c_0[\varphi_{A(t_j)} A(t_j)] \right\}, \end{aligned}$$

为 W 上的一个过程元可拓集^[4].

当 $\varphi = e$ 时, 过程元可拓集 $\tilde{E}[A(t_j)](\varphi) = \tilde{E}[A(t_j)]$, 将过程元集 W 划分为正域、负域和零界.

当 $\varphi \neq e$ 时, 将过程元可拓集 $\tilde{E}[A(t_j)](\varphi)$ 划分为正可拓域

$$\begin{aligned} \tilde{E}_+[A(t_j)](\varphi) = & \left\{ (A(t_j), Y, Y') \middle| A(t_j) \in T_W W, Y = K[A(t_j)] \leq 0, \right. \\ & \left. Y' = \varphi_K K[\varphi_{A(t_j)} A(t_j)] > 0 \right\}, \end{aligned}$$

正稳定域

$$\begin{aligned} \tilde{E}_+[A(t_j)](\varphi) = & \left\{ (A(t_j), Y, Y') \middle| A(t_j) \in T_W W, \right. \\ & \left. Y = K[A(t_j)] > 0, Y' = \varphi_K K[\varphi_{A(t_j)} A(t_j)] > 0 \right\}, \end{aligned}$$

负可拓域

$$\begin{aligned} \tilde{E}_-[A(t_j)](\varphi) = & \left\{ (A(t_j), Y, Y') \middle| A(t_j) \in T_W W, \right. \\ & \left. Y = K[A(t_j)] > 0, Y' = \varphi_K K[\varphi_{A(t_j)} A(t_j)] < 0 \right\}, \end{aligned}$$

负稳定域

$$\begin{aligned} \tilde{E}_-[A(t_j)](\varphi) = & \left\{ (A(t_j), Y, Y') \middle| A(t_j) \in T_W W, \right. \\ & \left. Y = K[A(t_j)] < 0, Y' = \varphi_K K[\varphi_{A(t_j)} A(t_j)] < 0 \right\}, \end{aligned}$$

拓界

$$\begin{aligned} J(\varphi) = & \left\{ (A(t_j), Y, Y') \middle| A(t_j) \in T_W W, Y' = \varphi_K K[\varphi_{A(t_j)} A(t_j)] = 0 \right\}. \end{aligned}$$

4 实例分析

例1 设有某通信系统, 每隔 T_0 送出一个脉宽为 T_0 的脉冲信号, 脉冲信号幅度 $X(t)$ 是一个离散型随机变量, 第0秒时, $X(0)$ 可取 $1, 2, \dots, N$, N 个值, 且取该 N 个值的概率是相等的. 第 T_0 秒时, $X(T_0)$ 可取 $1, 2, \dots, X(0), X(0)$ 个值, 且取该 $X(0)$ 个值的概率是相等的; 以此类推, 第 nT_0 秒时, $X(nT_0)$ 可取 $1, 2, \dots, X((n-1)T_0), X((n-1)T_0)$ 个值, 且取这 $X((n-1)T_0)$ 个值的概率是相等的, 记 $X(-T_0) \triangleq N$, 则随机过程

$$\{X(t_j), t_j = 0, T_0, 2T_0, \dots, nT_0\}$$

可以描述为

$$\begin{aligned} W = & \{A(t_j) | A(t_j) \in (O_a, C, U(t_j)), U(t_j) \in V(C)\}, \\ & (t_j = 0, T_0, 2T_0, \dots, nT_0), \end{aligned}$$

其中,

$$A(t_j) = \left(\begin{array}{ccc} \text{送出,} & \text{支配对象,} & M(t_j) \\ & \text{施动对象,} & \text{通信系统} a \end{array} \right),$$

$$M(t_j) = \left(\begin{array}{ccc} \text{脉冲信号,} & \text{脉宽,} & T_0 \\ & \text{幅度,} & X(t_j) \\ & \text{幅度取值,} & \partial(t_j) \end{array} \right),$$

其中, $\partial(t_j) \in \{1, 2, \dots, X(t_j - T_0)\}$,

$$P\{A(t_j)\} = \frac{1}{X(t_j - T_0)},$$

当通过寻求可拓变换 φ , 改变通信系统 a , $\varphi a = a'$, 使第 $T_k (T_k \geq 2T_0)$ 秒开始, 送出的脉冲信号的幅度范围变为 $1, 2, \dots, X[(T_k - T_0) + 1]$, 由于过程元 $A(t_k)$ 与过程元 $A(t_k + T_0)$ 之间关于脉冲幅度 $\partial(t_j)$ 取值的相关性, 会使过程元 $A(t_k + T_0)$ 发生传导变换, 即存在可拓变换蕴含系

$$\varphi a \Rightarrow a \varphi M(t_k) \Rightarrow M(t_k) \varphi A(t_k) \Rightarrow A(t_k) \varphi A(t_k + T_0), (t_k \geq 2T_0),$$

使

$$\begin{aligned} a \varphi M(t_k) M(t_k) &= M'(t_k) = \\ &\left(\begin{array}{ccc} \text{脉冲信号,} & \text{脉宽,} & T_0 \\ & \text{幅度,} & X(t_k) \\ & \text{幅度取值,} & \partial'(t_k) \end{array} \right). \end{aligned}$$

其中,

$$\begin{aligned} \partial'(t_k) &\in \{1, 2, \dots, [X(t_k - T_0) + 1]\}, \\ M(t_k) \varphi A(t_k) A(t_k) &= A'(t_k) = \\ &\left(\begin{array}{ccc} \text{送出,} & \text{支配对象,} & M'(t_k) \\ & \text{施动对象,} & \text{通信系统} a' \end{array} \right). \end{aligned}$$

在可拓变换 φ 下, 随机过程 $\{X(t_j), t_j = 0, T_0, 2T_0, \dots, nT_0\}$ 在参变量为 $t_k + T_0$ 时的它传导过程元为

$$\begin{aligned} A(t_k) \varphi A(t_k + T_0) A(t_k + T_0) &= A'(t_k + T_0) = \\ &\left(\begin{array}{ccc} \text{送出,} & \text{支配对象,} & M'(t_k + T_0) \\ & \text{施动对象,} & \text{通信系统} a' \end{array} \right), \end{aligned}$$

其中,

$$\begin{aligned} M'(t_k + T_0) &= \\ &\left(\begin{array}{ccc} \text{脉冲信号,} & \text{脉宽,} & T_0 \\ & \text{幅度,} & X(t_k + T_0) \\ & \text{幅度取值,} & \partial'(t_k + T) \end{array} \right), \end{aligned}$$

其中, $\partial'(t_k + T) \in \{1, 2, \dots, [X(t_k) + 1]\}$.

在可拓变换 φ 下, 随机过程 $\{X(t_j), t_j = 0, T_0, 2T_0, \dots, nT_0\}$ 在参变量为 $t_k + T_0$ 时的它传导过程元 $A(t_k) \varphi A(t_k + T_0) A(t_k + T_0)$ 的概率函数为

$$P\{A(t_k) \varphi A(t_k + T_0) A(t_k + T_0)\} = P\{A'(t_k + T_0)\} = \frac{1}{X(t_k) + 1}.$$

例2 某型航炮对目标进行射击试验, 其命中精度存在随机误差, 以 $\delta(t_i)$ 表示在时刻 t_i , ($i = 1, 2, \dots, r$)的随机误差, 当随机误差小于 w_1 时, 其命中精

度才能达到标准要求. 对该航炮的命中精度而言, 定义关联函数为 $Y = K[A(t_j)] = k(x) = w_1 - x$, 则正域为

$$\begin{aligned} \tilde{E}[A(t_j)] &= \\ \{A(t_j) | A(t_j) \in W, Y = K[A(t_j)] > 0, j = 1, 2, \dots, m, m \leq r\}, \end{aligned}$$

其中,

$$A(t_j) = \left(\begin{array}{ccc} \text{存在,} & \text{支配对象,} & \text{随机误差} \\ & \text{状态,} & \zeta(t_j) \\ & \text{时刻,} & t_j \end{array} \right), \zeta(t_j) < w_1.$$

负域为

$$\begin{aligned} \tilde{E}[A(t_k)] &= \\ \{A(t_k) | A(t_k) \in W, Y = K[A(t_k)] < 0, k = 1, 2, \dots, n, n \leq r\}, \end{aligned}$$

其中,

$$A(t_k) = \left(\begin{array}{ccc} \text{存在,} & \text{支配对象,} & \text{随机误差} \\ & \text{状态,} & \zeta(t_k) \\ & \text{时刻,} & t_k \end{array} \right), \zeta(t_k) > w_1.$$

现在如果提高射击试验的标准, 改变关联函数 $\varphi y = y' = k'(x) = w_2 - x$, ($w_2 < w_1$), 则对于航炮的命中精度, 正稳定域为

$$\begin{aligned} \tilde{E}_+[A(t_j)](\varphi) &= \\ \{ (A(t_j), Y, Y') | A(t_j) \in W, Y = K[A(t_j)] = w_1 - \zeta(t_j) > 0, \\ Y' = \varphi_K K[A(t_j)] = w_2 - \zeta(t_j) > 0, \\ j = 1, 2, \dots, u, u \leq m \}; \end{aligned}$$

负可拓域

$$\begin{aligned} \tilde{E}_-[A(t_j)](\varphi) &= \\ \{ (A(t_j), Y, Y') | A(t_j) \in W, Y = K[A(t_j)] = w_1 - \zeta(t_j) > 0, \\ Y' = \varphi_K K[A(t_j)] = w_2 - \zeta(t_j) < 0, \\ j = 1, 2, \dots, v, v \leq m \}; \end{aligned}$$

负稳定域

$$\begin{aligned} \tilde{E}_-[A(t_j)](\varphi) &= \\ \{ (A(t_j), Y, Y') | A(t_j) \in W, Y = K[A(t_j)] = w_1 - \zeta(t_j) < 0, \\ Y' = \varphi_K K[A(t_j)] = w_2 - \zeta(t_j) < 0, \\ j = 1, 2, \dots, q, q \leq n \}; \end{aligned}$$

拓界

$$\begin{aligned} J(\varphi) &= \\ \{ (A(t_j), Y, Y') | Y' = \varphi_K K[A(t_j)] = w_2 - \zeta(t_j) = 0 \}; \end{aligned}$$

正稳定域

$$\tilde{E}_+[A(t_j)](\varphi) = \phi.$$

5 结束语

本文在前期研究基础上, 运用相关分析原理, 对

过程元与过程元之间的依赖和制约关系进行分析. 根据可拓变换及过程元之间的相关性和依赖性, 给出了过程元在可拓变换下的它传导过程元的概念. 利用基元的可拓集理论, 对过程元集的可拓展性及其在工程领域中的应用进行了初步研究. 丰富了可拓论在随机过程理论中的应用研究, 也为进一步运用可拓学深入研究随机过程及其应用提供了理论基础. 下一步, 将运用可拓学理论对随机过程进行更深入的研究, 并将研究成果运用到武器系统和航空装备工程领域中.

参考文献:

- [1] 孙玉东. 随机过程及其应用[M]. 西安: 西北工业大学出版社, 2016.
- [2] 陆晓华, 左洪福. 基于半马尔可夫模型的民用航空发动机热端组件系统检查间隔优化[J]. 航空动力学报, 2017, 32(12): 2862-2871.
LU X H, ZUO H F. Optimization of inspection interval for civil aero-engine hot-section subassembly system based on semi-Markov model [J]. Journal of Aerospace Power, 2017, 32(12): 2862-2871.
- [3] RUIZ-CASTRO J E. Preventive maintenance of a multi-state device subject to internal failure and damage due to external shocks [J]. IEEE Transactions on Reliability, 2014, 63(2): 646-660.
- [4] 杨春燕, 蔡文. 可拓学[M]. 北京: 科学出版社, 2014: 21-78.
- [5] WANG F, ZHANG J C, LI R H. Process element on expansion of the random process's mean function and variance function[C]// Extenics and Innovation Methods-Proceedings of the International Symposium on Extenics and Innovation Methods. Beijing: [s. n.], 2013: 25-30.
- [6] 王丰, 田伟, 朱乾坤. 2维随机变量可拓分布模型在武器系统性能研究中的应用[J]. 兵工自动化, 2017, 36(3): 1-4, 13.
WANG F, TIAN W, ZHU Q K. Two-dimensional random variable extension distribution model application in study of weapon system performance [J]. Ordnance Industry Automation, 2017, 36(3): 1-4, 13.
- [7] 史可琴, 王方雨, 梁琛, 等. 基于随机过程自相关性的风速预测模型分析[J]. 电网技术, 2017, 41(2): 529-535.
SHI K Q, WANG F Y, LIANG C, *et al.* A new wind speed prediction model based on random process considering auto-correlation [J]. Power System Technology, 2017, 41(2): 529-535.
- [8] 李锦华, 李春祥, 蒋磊, 等. 多变量非高斯脉动风压模拟的非迭代法[J]. 上海交通大学学报, 2017, 51(4): 462-469.
LI J H, LI C X, JIANG L, *et al.* A non-iterative approach for simulating multivariate non-gaussian fluctuating wind pressure [J]. Journal of Shanghai Jiaotong University, 2017, 51(4): 462-469.
- [9] 李锦华, 李建丰, 陈水生, 等. 具有时变功率谱的非高斯随机过程的数值模拟[J]. 振动与冲击, 2018, 37(2): 254-257.
LI J H, LI J F, CHEN S S, *et al.* Numerical simulation of non-Gaussian stochastic process with time-varying power spectrum [J]. Journal of Vibration and Shock, 2018, 37(2): 254-257.
- [10] 韩庆华, 叶菲, 徐杰. 随机疲劳在土木工程中的研究综述[J]. 天津大学学报(自然科学与工程技术版), 2016, 49(S1): 143-151.
HAN Q H, YE F, XU J. Review of random fatigue research in civil engineering [J]. Journal of Tianjin University(Science and Technology), 2016, 49(S1): 143-151.
- [11] 胡倩倩. 基于内在价值理念的股票投资研究[D]. 广州: 广东工业大学应用数学学院, 2013.
- [12] 史纪磊, 朱树海, 陆华晶, 等. 基于传导变换的自相关函数和互相关函数的拓展研究[J]. 广东工业大学学报, 2017, 34(1): 11-14, 39.
SHI J L, ZHU S H, LU H J, *et al.* A research on the auto-correlation and cross-correlation function based on conductive transformation [J]. Journal of Guangdong University of Technology, 2017, 34(1): 11-14, 39.
- [13] 邓冠前, 邱静, 李智, 等. 间歇故障诊断技术研究综述[J]. 兵工自动化, 2015, 34(1): 15-20.
DENG G Q, QIU J, LI Z, *et al.* A survey on intermittent fault diagnosis technology [J]. Ordnance Industry Automation, 2015, 34(1): 15-20.
- [14] 宋璟波, 张镇西. $\text{Ca}_{v1.2}$ 离子通道马尔科夫随机过程模型的建立与应用[J]. 西安交通大学学报, 2018, 52(2): 1-7.
SONG J B, ZHANG Z X. Modeling and applications of Markov stochastic process of $\text{Ca}_{v1.2}$ ion channel [J]. Journal of Xi'an Jiaotong University, 2018, 52(2): 1-7.
- [15] 石云, 陈钟, 孙国营, 等. 两级供应链联合成本三角模糊需求随机过程模型[J]. 计算机工程, 2017, 43(5): 306-312.
SHI Y, CHEN Z, SUN G Y, *et al.* Joint cost-based triangular fuzzy demand stochastic process model for two-level supply chain [J]. Computer Engineering, 2017, 43(5): 306-312.
- [16] 徐宁, 任尊松, 李响. 结合相角重构法的轨道不平顺随机过程的数值模拟[J]. 铁道学报, 2016, 38(11): 95-101.
XU N, REN Z S, LI X. Numerical Simulation of random process of track irregularities with phase angle reconstruction method [J]. Journal of the China Railway Society, 2016, 38(11): 95-101.
- [17] 李自琼, 李向东. 投入因素决定的随机过程存在性理论与仿真[J]. 统计与决策, 2014(23): 78-81.
- [18] 王丰, 袁延昭, 张新春, 等. 共轭分析与传导度在导弹武器系统作战效能研究中的应用[J]. 兵工自动化, 2013, 32(11): 24-26.
WANG F, YUAN Y Z, ZHANG X C, *et al.* Application of conjugate analysis and conductivity in missile weapon system combat efficiency study [J]. Ordnance Industry Automation, 2013, 32(11): 24-26.